

# Théorie des adhésifs

Cyprien Gay, <http://www.msc.univ-paris-diderot.fr/~cgay/homepage/>

16 janvier 2008

## 1 Introduction

### 1.1 Adhésion : observations et questionnements

#### 1.1.1 Pelage, bulles, fibrilles

Photos de pelage de scotch (bulles et fibrilles), idée de mise sous tension par le dos du scotch, d'où cavitation. Les bulles éclatent à l'arrière du front de décollement.

#### 1.1.2 Différents tests d'adhésion

Pelage. Probe-tack. Boucle. Bille. La géométrie, les paramètres, les quantités mesurées.

Définition de la "pégosité" ("tack") de l'American Society for Testing and Materials (ASTM) : un matériau est collant si une force appréciable est nécessaire pour s'en détacher, même dès après la mise en contact.

De façon naturelle, on essaie tous les mouvements possibles pour se détacher : un contact collant doit résister à différents modes de sollicitation : traction normale, cisaillement, pelage. Il est souvent difficile de satisfaire simultanément à tous ces critères. **Exercice : l'eau n'est pas collante !**

Les polymères sont des matériaux dont la rhéologie est complexe et ajustable. Naturellement adaptés pour élaborer des adhésifs. Voir plus bas.

Effet de l'épaisseur. Exemple du miel. **Exercice : traction d'un matériau élastique en géométrie mince.**

Cisaillement, traction normale (i.e. essentiellement dilatation). Le support est-il rigide ou souple ?

Tests industriels. Test au doigt. Test de la boucle (loop tack test). Pelage. Test de la bille (rolling ball test).

Test JKR (Johnson, Kendall, Roberts 1971 [1]) où l'on met en contact une sphère et un plan, ou bien deux cylindres, avant de les séparer.

Test probe-tack ou test de Pouliken (voir lus bas).

#### 1.1.3 Test probe-tack : nouvelles questions

Test de Pouliken (probe-tack test). On approche une sonde solide (métal) à vitesse contrôlée, contact pendant une durée déterminée, retrait à vitesse constante. On mesure la force pendant toute la séparation, et on calcule le travail correspondant, appelé énergie d'adhésion. Exemples de courbes obtenues.

Ordres de grandeur : typiquement, pour une sonde en acier 5mm de diamètre, la force maximale exercée est de l'ordre de 20N, et le travail d'environ  $10^{-2}$ J.

Force et énergie sont découplés : la force maximale correspond au pic qui survient au début de la séparation ; au contraire, l'énergie est le travail de la force sur l'ensemble du déplacement, et les stades postérieurs au pic de force contribuent souvent de manière dominante à l'énergie.

Grande énergie nécessite grande déformation. Par quels mécanismes est-elle obtenue ?

#### 1.1.4 Des fibrilles aux cavités

Un peu d'histoire des concepts.

La fibrillation a été observée et analysée tout d'abord dans des situations de pelage, et peut également résulter d'autres mécanismes. Zosel 1985 [2, 3, 4] : mesure de la force au cours de la traction. La force est essentiellement constante pendant leur formation et leur étirement (plateau

de la courbe de traction). Corrélation entre la forme classique de la courbe de force d'un bon adhésif (pic, plateau, chute) et l'observation (par le côté) de colonnes de matériau, appelées fibrilles.

Les fibrilles étaient initialement supposés être des filaments de matériau adhésif. Creton 1999 [5] : observation de l'échantillon en transparence pendant la traction en même temps que la mesure de la force. Pendant le plateau, il y a en fait des cavités, qui sont étirées dans la direction de la traction. On sait maintenant qu'il s'agit en général plutôt des parois d'une mousse bidimensionnelle qui résulte de la cavitation.

Bordeaux, CRPP, 2003 [6] : force du plateau due en partie aux cavités vides ; chute de force et *pop* à la fin du plateau, lorsque l'air extérieur entre dans les cavités.

### 1.1.5 Questionnements

Il y a adhésion entre deux objets lorsqu'il faut fournir de l'énergie (en grande quantité) pour les séparer. Ordre de grandeur pour un bon adhésif : 100 à 1000 J/m<sup>2</sup>.

Perspective : on veut comprendre ce qui permet l'adhésion, et comprendre d'où viennent les mécanismes hétérogènes observés (bulles, fibrilles), ainsi que leur rôle dans l'adhésion. Et finalement, sur quoi peut-on jouer pour améliorer (ou diminuer) l'adhésion.

## 1.2 Force et énergie

Sur une courbe de probe-tack, la force seuil et l'énergie dissipée sont deux grandeurs distinctes. On imagine bien qu'on peut ajuster l'une et l'autre un peu indépendamment, si l'on sait régler la hauteur du pic, ou la longueur ou la valeur du plateau. Or, justement, la force et l'énergie sont toutes deux importantes.

Discussion détaillée de l'exemple du câble dans la mine.

## 1.3 Mécanique de la fracture : éléments qualitatifs

Vu de loin, à l'échelle des objets macroscopiques, un adhésif est une simple surface. Le décollement est donc une fracture.

Fracture : équilibre entre énergie élastique stockée et énergie requise localement pour la séparation.

## 1.4 Questionnement sur l'origine de l'adhésion

Qu'est-ce qui est à l'origine de l'énergie d'adhésion ? Le matériau est-il collant immédiatement ("pégosité" ou "tack") ? Son adhésion évolue-t-elle au contraire au cours du temps (séchage) ? Réutilisabilité ou non (quel type de rupture) ? Quel est le paramètre important : force ou énergie d'adhésion ? Fluage à long terme ? Une substance n'est pas collante en elle-même : son épaisseur, mais aussi les propriétés mécaniques et de surface de la sonde, sont importantes.

D'où vient l'adhésion ? liaisons chimiques diverses, et Van der Waals. Quelle est l'origine la plus générique ? C'est Van der Waals.

On va mettre les ordres de grandeur pour voir si ça peut bien être ça qui explique l'énergie d'adhésion.

Première approche. Bilan thermodynamique d'une séparation : bilan d'énergies de surface.

### Énergies de surface, Van der Waals

L'ordre de grandeur d'une tension de surface ?  $\gamma_{H_2O} = 0.072$  N/m. Et pour un polymère, c'est souvent 2 à 10 fois moins.

La tension de surface : voyons d'où ça vient. Les molécules proches de la surface ont moins de voisines, elles sont moins heureuses, il y a donc une énergie par unité de surface. C'est également une force par unité de longueur. D'où la pression de Laplace (la force sur le bord d'une surface courbe est non compensée s'il n'y a pas une pression).

Au fait, savez-vous d'où ça vient, microscopiquement, le fait que les molécules préfèrent avoir des voisines ? Explication dipôles, etc.

Énergie de Dupré (bilan de tensions de surface). Ordre de grandeur :  $10^{-2}$  à  $10^{-1}$  J/m<sup>2</sup>. Par comparaison, l'énergie nécessaire pour séparer deux objets joints par un bon adhésif est de l'ordre de 100 à 1000 J/m<sup>2</sup>.

Liaisons chimiques ? Ordre de grandeur : quelques  $kT$  pour chaque liaison. Rapide calcul avec  $5 kT$  pour des liaisons tous les  $3\text{Å}$  sur la surface.  $kT = 4.10^{-21}$  d'où une énergie  $0.2$  J/m<sup>2</sup>. C'est un peu mieux que Dupré, mais ce n'est toujours pas ça.

Si les processus de séparation n'impliquaient que des mécanismes à l'échelle moléculaire, les forces en jeu lors de la séparation seraient de l'ordre de :

$$\frac{10^{-2}\text{J/m}^2}{10^{-9}\text{m}} = 10^7\text{Pa} = 10^2\text{atm}$$

### Où se dissipe l'énergie ?

En fait, l'énergie dissipée correspond à la déformation du matériau polymère au cours de la séparation. Et la déformation est importante grâce aux cavités. Nous allons donc étudier comment le matériau résiste initialement (section 3, quelles sont ses faiblesses (section 4, comment les cavités apparaissent et croissent (section 5), quelques éléments de compréhension sur la rhéologie du matériau (section 6).

## 1.5 Du shampoing, ça résiste !

Pour finir, une expérience pour motiver la suite. Une goutte de shampoing entre deux plaques : ça résiste. Et pourtant c'est un liquide. *A fortiori*, un solide résiste. Au fait, pourquoi ? C'est la géométrie mince. C'est de l'élasticité, il faut comprendre l'élasticité. Voyons l'élasticité.

Remarque, pour comprendre pourquoi le shampoing résiste, voir [http://fr.wikipedia.org/wiki/Force\\_normale\\_entre\\_deux\\_disques\\_dans\\_un\\_fluide\\_visqueux](http://fr.wikipedia.org/wiki/Force_normale_entre_deux_disques_dans_un_fluide_visqueux)

## 2 Notions d'élasticité

Un élastique qu'on tire. Force.  $F = k \cdot x$  Contrainte  $\sigma = E \cdot \varepsilon$  (E est le module d'Young car ici on laisse libres les surfaces dans les deux autres directions).

### 2.1 Notion de compressibilité

Traction sur un ruban élastique. Compression sur une éponge. Changement de volume ou non ? Il faudra être capables de caractériser ces deux comportements différents. Donc, outre le module qui rend compte du caractère mou ou dur, il y a également un coefficient pour caractériser le changement (ou non) de volume. Bref, il y aura tout à l'heure deux coefficients indépendants pour décrire l'élasticité d'un matériau (isotrope).

Puisqu'il y a changement ou non de volume, venons-en à une définition précise de la déformation.

### 2.2 Déformation (sans rotation)

Dessin d'une déformation d'élongation simple (d'un cube) sans changement de volume. Écriture pas à pas du gradient du déplacement.

Idem pour une déformation de compression. Idem pour un étirement dans deux des trois directions. Idem pour un changement de volume (étirement isotrope).

Discussion. Lesquelles de ces déformations sont facilement réalisables pour les matériaux usuels ? (un élastique, un gomme, cube de bois ou métal, une éponge). D'où souvent : un matériau peut fort bien être facilement déformable lorsqu'on ne change pas son volume, et pour autant extrêmement résistant à un changement de volume. C'est la confirmation qu'il faudra deux coefficients indépendants.

### 2.3 Cas particulier du cisaillement gradient du déplacement *vs.* déformation

On écrit le gradient du déplacement comme plus haut. Tiens, ce n'est pas symétrique. En revanche, on peut le décomposer en une élongation à 45 deg et une rotation.

### 2.4 Contrainte

Exemples de l'éponge, de l'élastique, de la table, pour faire sentir que la direction de la force et la direction dans laquelle elle se propage sont en général différentes.

Écriture de de la matrice des contraintes dans les cas simples précédents.

## 2.5 Contraintes dans le cas d'un cisaillement

Tiens, c'est bizarre : quand on écrit la matrice des contraintes dans le cas du cisaillement, elle n'est pas symétrique. Avons-nous oublié quelque chose ? En fait oui : à cause des conditions aux limites, l'existence d'une contrainte  $\sigma_{xy}$  implique l'existence d'une contrainte  $\sigma_{yx}$ . Petit calcul sur un échantillon mince pour le justifier, avec les forces et les couples.

## 2.6 Élasticité

Comme déjà dit, il y a deux coefficients indépendants. Mais il y a plusieurs façons classiques de les choisir. Ici, les relations classiques, qu'on trouve dans tous les livres, avec les lettres souvent utilisées.

Deux façons classiques d'écrire l'élasticité linéaire.

$$\underline{\underline{\sigma}} = \lambda(\text{tr}\underline{\underline{\epsilon}})\underline{\underline{1}} + 2\mu\underline{\underline{\epsilon}} \quad (1)$$

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \frac{1+\nu}{E}\underline{\underline{\sigma}} - \frac{\nu}{E}(\text{tr}\underline{\underline{\sigma}})\underline{\underline{1}} \quad (2)$$

- $E = Y$ , module d'Young.
- $\mu = G$ , module de cisaillement.
- $\lambda$  et  $\mu$ , coefficients de Lamé.
- $K$  module de compression.
- $\sigma = \nu$  (sans dimension), coefficient de Poisson.

$$E = \mu \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \quad \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad (3)$$

$$\lambda = E \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4)$$

$$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (5)$$

$$3\lambda + 2\mu > 0 \quad \mu > 0 \quad E > 0 \quad -1 < \nu < \frac{1}{2} \quad (6)$$

Discussion sur la convexité de l'énergie élastique qui implique les bornes sur le coefficient de Poisson.

## 3 Résistance initiale d'un adhésif ou d'une colle

### 3.1 Un film élastique sous traction

Considérons un film élastique (très mou, module  $E = 10^4 \text{Pa}$ ) situé entre deux plaques rigides, en géométrie mince : épaisseur du film  $h \approx 100 \mu\text{m}$ , et rayon des plaques  $a \approx 1 \text{cm}$ . On suppose qu'il adhère aux plaques lors de la traction. Quelle est la force exercée pour obtenir un déplacement vertical  $\delta \approx 1 \mu\text{m}$  ?

Le déplacement vertical  $\delta$  des plaques correspond à un déplacement horizontal  $u \simeq \delta a/h \gg \delta$ . La déformation de cisaillement est donc bien plus importante que la déformation en traction. Le taux de déformation vaut de l'ordre de  $\epsilon = u/h$ . L'énergie élastique stockée vaut :

$$\mathcal{E} \simeq a^2 h E \left(\frac{u}{h}\right)^2 = E \frac{a^4 \delta^2}{h^3} \quad (7)$$

Et la force exercée vaut

$$F = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \delta} = E \delta \frac{a^4}{h^3} \quad (8)$$

Pour une déformation de 1% soit pour  $\delta \approx 1 \mu\text{m}$  :

$$F \approx 10^2 \text{N} \quad (9)$$

## 3.2 Souplesse de la machine de traction

L'échantillon est tellement mince que sa raideur est grande. Comparaison machine et échantillon [7]. Machine souple : la contrainte augmente. D'où possibilité de cavitation.

## 3.3 La fin de la résistance initiale : rupture adhésive ou cohésive

### Rôle de la surface

Le volume de l'adhésif et ses interfaces sont en série. La cavitation (en volume) n'apparaît que si une contrainte suffisante est atteinte sans que l'adhésif ne se décolle (en surface). La surface doit donc être capable de résister à une contrainte suffisante.

Les propriétés de surface de l'adhésif sont donc elles aussi essentielles : du ruban adhésif mouillé ne colle pas ! Traitement de surface, tradition chimique importante. Modification de la chimie des adhésifs pour changer leurs propriétés de surface : monomères fonctionnels, fonctions acides, liaisons hydrogène, etc. Exemple : les enveloppes auto-collantes et les rubans anti-adhésifs. De fait, l'énergie d'adhésion dépend directement des énergies de surface, comme cela a été observé dès 1972 [8]. La présence de polymères à l'interface est aussi un moyen de renforcer considérablement l'adhésion [9].

Mais quelle que soit la chimie de surface, le contact est d'autant meilleur (voir plus loin l'effet de la rugosité) que l'adhésif est mou, voire liquide. D'où une distinction très utile entre "colles" (qui sont liquides lors de la mise en contact et qui se solidifient ensuite) et "adhésifs" (qui sont déjà dans leur état rhéologique final avant même la mise en contact). **Colle ou adhésif.** Un adhésif résiste à la séparation dès après la mise en contact. La colle subit une transformation physico-chimique (séchage) entre la mise en contact et la sollicitation. Remarque : dans le milieu industriel, une "colle" est un produit d'origine naturelle et un "adhésif" est un produit synthétique.

### Fracture interfaciale.

Si la surface ne résiste pas, une fracture interfaciale se propage, et sa vitesse de propagation dépend de la dissipation d'énergie en volume. Elle dépend donc fortement de la nature du matériau. Creton et collaborateurs ont montré récemment que les bulles croissent aussi parfois latéralement à grande vitesse par propagation d'une telle fracture.

Pour un matériau purement élastique, un tel décollement a lieu depuis les bords et à grande vitesse (vitesse du son) puisqu'il n'y a pas de dissipation.

En pratique, le matériau adhésif n'est pas purement élastique : il est viscoélastique. Dissipation importante et donc freinage de la fracture de décollement. La cavitation peut donc avoir suffisamment de temps pour se produire au centre. La forme de la tête de fracture dépend de la viscoélasticité (régions proches sollicitées à des fréquences plus élevées). De Gennes a prédit une forme de trompette dans des élastomères faiblement réticulés [10]. Elle a été observée par Thierry Ondarçuhu (CEMES, Toulouse) sur des fondus de silicone [11, 12].

### Rupture adhésive ou cohésive ?

La rupture est adhésive si c'est l'interface qui cède : il ne reste pas de matière adhésive sur la sonde après décollement. La rupture est cohésive si la fracture a lieu dans le volume de l'adhésif : il reste alors de l'adhésif de part et d'autre après la séparation. La réutilisabilité d'un adhésif dépend principalement du type de rupture.

D'une part, une rupture peut être adhésive d'emblée si l'interface cède avant que le volume ne subisse des déformations hétérogènes comme la cavitation et la fibrillation.

Mais d'autre part, même lorsque des fibrilles se sont formés, ils s'étirent et peuvent finalement se rompre (auquel cas la rupture est cohésive), ou au contraire se détacher de la sonde (auquel cas la rupture est finalement adhésive).

En fin de compte, le type de rupture (adhésive ou cohésive) dépend donc de manière détaillée des stades avancés de la déformation dans les fibrilles. Cette question très importante est donc complexe.

Discussion selon réponses du volume et de la surface. Stick-slip lors du pelage.

## 4 Adhésif faible : rupture interfaciale

### 4.1 Mécanique de la fracture : Griffith 1920

Griffith [13] voulait expliquer pourquoi certains matériaux sont fragiles, avec des contraintes à la rupture beaucoup plus faibles que leur module élastique, autrement dit pour des déformations

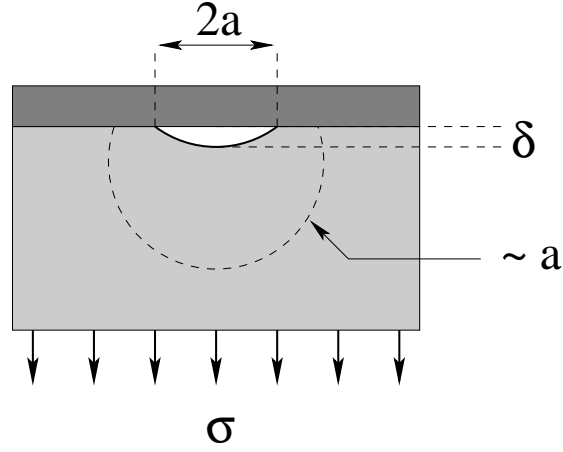


FIG. 1 – Fracture interfaciale sous traction. Une version simplifiée du calcul de Griffith (1920) permet de déterminer (en lois d'échelles, donc sans les coefficients numériques) à partir de quelle contrainte appliquée  $\sigma$  la fracture de rayon  $a$  commencera à s'ouvrir.  $\delta$  est le déplacement de la surface libre de la fracture. La déformation est appréciable dans une région de taille comparable à  $a$  (cercle en pointillés).

bien inférieures aux quelque 10% requis pour rompre un cristal.

Il a supposé l'existence de microfractures au sein du matériau. Il a calculé la contrainte nécessaire pour qu'une telle fracture commence à s'ouvrir davantage (après quoi son ouverture se poursuit de manière catastrophique, jusqu'à la rupture macroscopique du matériau).

Nous donnons ci-dessous une version (très) simplifiée de son calcul, dans le cas d'une fracture à l'interface entre un solide et un matériau déformable élastique. Notre approche est uniquement en lois d'échelles.

Le problème est représenté sur la figure 1. Pour une contrainte appliquée  $\sigma$ , la surface libre de la fracture se déplace d'une distance  $\delta$ . L'énergie élastique du matériau dans son ensemble est ainsi soulagée d'une quantité égale au travail de la contrainte sur cette distance, et ceci sur la surface de la fracture :

$$-\sigma \delta a^2 \quad (10)$$

La valeur du déplacement  $\delta$  est telle que la déformation  $\delta/a$  soit égale à  $\sigma/E$ . On peut s'en convaincre en minimisant par rapport à  $\delta$  l'énergie élastique totale, à savoir le gain élastique ci-dessus et la déformation d'une zone typique de volume  $a^3$  :

$$-\sigma \delta a^2 + E a^3 \left( \frac{\delta}{a} \right)^2 \quad (11)$$

ce qui donne

$$\delta \simeq a \frac{\sigma}{E} \quad (12)$$

et une énergie  $-\sigma^2 a^3/E$ .

Finalement, l'énergie totale (élastique et interfaciale) s'écrit :

$$\mathcal{E} \simeq -\frac{\sigma^2 a^3}{E} + W a^2 \quad (13)$$

Pour une taille  $a$  donnée de la fracture interfaciale, cette énergie a toujours tendance à réduire la fracture pour de petites valeurs de la contrainte  $\sigma$  ( $\partial\mathcal{E}/\partial a > 0$ ). On constate que la fracture a tendance à se propager ( $\partial\mathcal{E}/\partial a < 0$ ) lorsque :

$$\sigma > \sigma_{\text{griffith}} \simeq \sqrt{\frac{E W}{a}} \quad (14)$$

C'est le critère de Griffith (1920) [13].

## 4.2 Adhésion sphère-plan, calcul JKR

Un grand classique de l'adhésion [1]. (Époque où l'on n'avait pas conscience de l'origine prépondérante de la dissipation de l'énergie, à savoir la rhéologie du matériau lors des grandes déformations).

Sphère déformable de rayon  $R$  et demi-espace rigide, ou l'inverse. Force extérieure  $P$ . Énergie de surface  $W$ . Enfoncement  $\delta$ . Aire de contact de rayon  $a$  (avec  $a \ll R$ ).

Calcul en lois d'échelle. Le module élastique est  $E$ . La déformation est de l'ordre de  $\delta/a$ . L'énergie élastique par unité de volume est de l'ordre de  $E(\delta/a)^2$  (similaire à la formule  $\frac{1}{2}kx^2$ ). Le volume déformé est de l'ordre de  $a^3$ . L'énergie élastique de déformation totale est donc de l'ordre de :

$$a^3 E (\delta/a)^2 = E a \delta^2 \quad (15)$$

Dans certains cas, on a la relation géométrique :  $a \approx \sqrt{R\delta}$  (ça vient de  $\cos(a/R) \simeq 1 - \delta/R$ ). D'où l'énergie :

$$E a \delta^2 = E \frac{a^5}{R^2} = E R^{1/2} \delta^{5/2} \quad (16)$$

### 4.2.1 Énergie de surface négligeable

Dans cette limite, l'énergie libre s'écrit :

$$F = E R^{1/2} \delta^{5/2} - P\delta \quad (17)$$

Après minimisation :  $\delta = \left(\frac{P^2}{E^2 R}\right)^{1/3}$  (résultat de Hertz). Finalement :  $a = \left(\frac{RP}{E}\right)^{1/3}$ .

### 4.2.2 Force extérieure négligeable

Dans cette limite, l'énergie libre s'écrit :

$$F = E \frac{a^5}{R^2} - W a^2 \quad (18)$$

Après minimisation :  $a = \left(\frac{R^2 W}{E}\right)^{1/3}$ . Finalement, avec la géométrie :  $\delta = \left(\frac{W^2 R}{E^2}\right)^{1/3}$ .

### 4.2.3 Hors des deux limites

Remarque : hors de ces deux limites, la relation géométrique  $a \approx \sqrt{R\delta}$  n'est pas valable.

### 4.2.4 Résultat complet de Johnson, Kendall et Roberts

$$P = a^3 \frac{4E}{3R(1-\nu^2)} - \sqrt{8\pi a^3 W E / (1-\nu^2)} \quad (19)$$

Cette expression [1] montre que l'adhésion entre une sphère et un plan présente une hystérèse. Un cycle correspond à un travail de l'ordre de  $W a_0^2$ , où  $a_0$  est le rayon du contact en l'absence de force exercée. C'est un premier mécanisme d'irréversibilité, mais qui est bien trop faible pour rendre compte des énergies d'adhésion observées sur les adhésifs courants.

### 4.2.5 Critère de Creton et Leibler

Considérons un matériau élastique de surface plane en contact avec un solide rugueux (enfoncement  $\delta$ ), modélisé par des aspérités en forme de calotte sphérique de diamètre  $d$  et de hauteur  $\sigma$  (et de rayon de courbure  $R \simeq d^2/\sigma$ ). Fuller et Tabor [14] ont indiqué que la force devait être une fonction de  $\delta/\sigma$ . Creton et Leibler [15] ont interprété cela en termes de l'aire réelle de contact, et ont précisé qu'elle arrivait à saturation lorsque  $a \approx d$ . Dans le cas d'une mise en contact sans force extérieure appliquée, cela correspond à un module critique :

$$E = E^* = \frac{Wd}{\sigma^2} \quad (20)$$

Cette expression du module est typiquement de l'ordre de grandeur du module critique de Dahlquist [16, 17] pour des matériaux usuels. Cette approche permet donc de comprendre le critère de Dahlquist comme une saturation de l'aire de contact.

### 4.3 Pourquoi ça colle, ou pas ?

Rugosité.

Différence entre mastic séché et patafix ? Dur *vs.* déformable. Pourquoi déformable ? Détour par l'échelle moléculaire.

À l'échelle moléculaire, comme nous l'avons vu : Van der Waals, liaisons hydrogène, réactions acide-base. Mais alors, pourquoi tout n'est-il pas collant ?

Les objets sont rugueux. Van der Waals varie en  $1/d^2$ . Métal : aspérités de hauteur typique  $1\mu\text{m}$ , de rayon de courbure  $100\mu\text{m}$ , donc de largeur  $10\mu\text{m}$  (Greenwood et Williamson, 1966 [18]). Si le matériau n'est pas assez déformable, faible aire réelle de contact, donc faible énergie d'adhésion. Un matériau déformable établit un bon contact même avec les objets rugueux, jusqu'à l'échelle moléculaire.

### 4.4 Colles et adhésifs

Dès lors, deux stratégies. Liquide (colles, hot-melts, qui sont mis en place à l'état liquide), ou solide mou (rubans adhésifs, étiquettes).

Pour un matériau solide, quel degré de déformabilité ? Critère de Dahlquist [16, 17], 1966 : module élastique inférieur à  $10^5\text{Pa}$ .

Adhésif sensible à la pression (PSA, pressure-sensitive adhesive). L'énergie d'adhésion augmente avec la pression exercée lors de la mise en contact. Pourquoi ? Chaque aspérité interagit avec l'adhésif déformable [14].

C'est aussi la raison pour laquelle l'énergie d'adhésion augmente avec le temps de contact (régime de faible aire de contact). Le critère de Dahlquist [16, 17] correspond quantitativement à la saturation de l'aire de contact sous l'effet des forces de Van der Waals [15]. Lorsque l'aire de contact est maximale, des bulles peuvent être présentes dès avant la traction, constituées d'air piégé à la surface par la rugosité. Elles renforcent alors l'interface et retardent le décollement [19].

## 5 Résistance au décollement d'un adhésif fort : la cavitation

Nous l'avons vu, la cavitation est essentielle dans les adhésifs puisqu'elle occasionne de grandes déformations du matériau situé autour des bulles. Elle entraîne donc une forte dissipation lors de la séparation, autrement dit une forte énergie d'adhésion.

Fibrilles (chewing-gum). Cavitation (images de C. Creton, ESPCI, Paris).

Des cavités apparaissent dans le volume de l'adhésif sous traction à une contrainte bien précise, accompagnées d'un accident dans la courbe de traction et parfois d'un "pop !" (1958, Gent et Lindley). Ces bulles réduisent la résistance de l'adhésif (force), mais augmentent l'énergie d'adhésion (car le joint peut se déformer plus longtemps en conservant une résistance non négligeable).

Pourquoi les cavités se forment-elles ? Lorsque le film est fin, l'expansion du matériau ne suffit pas pour répondre au déplacement vertical imposé. L'air ne peut plus migrer assez rapidement depuis l'extérieur (sauf dans le cas d'un substrat poreux). Si la pression devient suffisamment faible, des bulles apparaissent.

Voyons maintenant les principaux ingrédients de la cavitation.

### 5.1 La pression de Laplace concrètement

Voir aussi [http://fr.wikipedia.org/wiki/Loi\\_de\\_Laplace](http://fr.wikipedia.org/wiki/Loi_de_Laplace)

Considérons un ballon de baudruche gonflé. On obtient facilement (figure 2) la relation entre la pression, la tension de la membrane et le rayon de la baudruche :

$$p_{\text{sph}} = \frac{2\tau}{R} \quad (21)$$

En faisant le même raisonnement sur une baudruche cylindrique, on obtient :

$$p_{\text{cyl}} = \frac{\tau}{R} \quad (22)$$



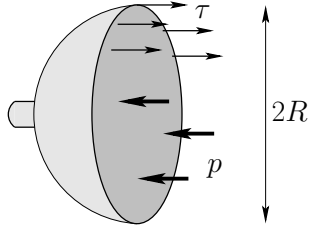


FIG. 2 – Bilan des forces dans une baudruche sphérique. Soit  $p$  [ $N/m^2$ ] la pression de l’air, et soit  $\tau$  [ $N/m$ ] la tension de la membrane. Considérons les deux moitiés de la baudruche gonflée (air et membrane). Chaque moitié exerce sur l’autre une force compressive due à la pression de l’air (qui vaut  $p \pi R^2$ ) ainsi qu’une force de traction due à la tension dans la membrane (qui vaut  $\tau 2\pi R$ ). On a donc la relation 21 entre la pression, la tension de la membrane et le rayon de courbure d’une baudruche gonflée.

L’effet de la tension est donc double pour la sphère que pour le cylindre. En effet, la sphère est courbée deux fois (dans deux directions orthogonales le long de la surface), là où le cylindre n’est courbé qu’une seule fois (il est plat le long de son axe).

De façon générale, la *pression de Laplace*, qui est la différence entre la pression de part et d’autre d’une interface sous tension, est donnée par :

$$p_{\text{Laplace}} = \tau \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (23)$$

où  $1/R_1$  et  $1/R_2$  sont les deux courbures principales de la surface à l’endroit considéré.<sup>1</sup>

Remarque : pour une sphère,  $1/R + 1/R = 2/R$ .

## 5.2 Ballon de baudruche sphérique

Pourquoi est-ce si difficile de gonfler un ballon de baudruche ?

Soient  $R_0$  et  $e_0$  le rayon et l’épaisseur initiaux de la baudruche. Considérons une demi-baudruche comme sur la figure 2. La membrane est étirée d’un facteur

$$\frac{R - R_0}{R_0}$$

On peut estimer la force totale exercée par la membrane comme :

$$F = 2\pi R_0 \cdot e_0 \cdot E \cdot \frac{R - R_0}{R_0} \quad (24)$$

La prise en compte des effets tensoriels (la membrane est étirée dans deux directions simultanément) ajouterait un facteur numérique multiplicatif.

Comme sur la figure 2, la force est aussi reliée à la pression :

$$F = \pi R^2 \cdot p \quad (25)$$

Si l’on suppose que la loi d’élasticité utilisée (équation 24) demeure valable pour de grands étirements, alors on obtient la variation de la pression dans la baudruche en fonction de son rayon :

$$p \simeq 2E \cdot e_0 \cdot \frac{R - R_0}{R^2} \quad (26)$$

<sup>1</sup>Lorsqu’on considère localement toutes les géodésiques passant par le point considéré, qui prennent donc localement toutes les orientations dans le plan tangent, les courbures principales sont les valeurs extrêmes de la courbure de ces géodésiques au point considéré. En tout point d’une sphère, les deux courbures principales sont égales. Sur un cylindre, l’une des courbures est nulle. Sur l’équateur extérieur d’un tore, les deux courbures sont de même signe. Sur l’équateur intérieur d’un tore ou sur une selle de cheval, les deux courbures sont de signe opposé.

Cette courbe présente un maximum

$$p_{\max} \sim E e_0/R_0 \quad (27)$$

qui correspond à la pression qu'il faut vaincre pour gonfler le ballon de baudruche.

### 5.3 Baudruche cylindrique et séparation de phases

Même chose pour un ballon de baudruche cylindrique. Question : si l'on gonfle à moitié un tel ballon, pourquoi obtient-on des régions bien gonflées et des régions peu gonflées ? (chipolatas).

Un bilan sur les forces montre que la tension dans la membrane est anisotrope : elle est deux fois plus faible dans la direction parallèle à l'axe que dans la direction orthoradiale (circonférence).

Par un calcul simplifié, on obtient une expression pour la pression similaire à celle pour la baudruche sphérique. Pour une pression donnée, il y a donc deux rayons possibles pour le cylindre. C'est une sorte de séparation de phases, avec pour quantité conservée le volume d'air et comme grandeur égale dans les deux phases la pression.

Cela explique l'observation des chipolatas.

### 5.4 Bulle sphérique dans un matériau élastique

Une bulle dans un milieu élastique infini peut être considérée comme étant l'intérieur de nombreux ballons de baudruches concentriques (figure 3).

L'incrément de pression dû à chaque baudruche s'écrit, comme pour une baudruche unique (équation 26) :

$$dp \simeq 2E \cdot dr_0 \cdot \frac{r - r_0}{r^2} \quad (28)$$

D'où la pression finale :

$$p \simeq 2E \cdot \int_{R_0}^{\infty} dr_0 \cdot \frac{r(r_0, R_0, R) - r_0}{r^2(r_0, R_0, R)} \quad (29)$$

où le rayon actuel  $r$  de la baudruche s'exprime grâce à la conservation du volume (matériau élastique incompressible) :

$$r^3(r_0, R_0, R) - R^3 = r_0^3 - R_0^3 \quad (30)$$

Au final, après intégration, la pression vaut environ :

$$p(R) \sim 2E \cdot R_0 \cdot \frac{R - R_0}{R^2} \quad (31)$$

où l'on a simplement remplacé  $e_0$  par  $R_0$  dans l'équation 26.

Cette fonction présente un maximum qui vaut environ :

$$p_{\max} \simeq p(2R_0) \sim E \quad (32)$$

Il faut donc exercer sur le matériau élastique une dépression de l'ordre du module élastique pour qu'une bulle interne passe le seuil et grossisse indéfiniment.

Autrement dit, le seuil de cavitation est donné *grosso modo* par le module élastique du matériau. C'est le critère de Gent [20] (années 1960), largement utilisé de nos jours :

$$\sigma_{\text{cav}} \simeq E \quad (33)$$

### 5.5 Bulle dans un liquide

Considérons une bulle dans un liquide (rayon initial  $R_0$ ). Initialement, la pression dans le liquide étant la pression atmosphérique  $p_0$ , la pression dans la bulle est  $p_0 + 2\gamma/R_0$ . Lorsque la bulle change de taille, la pression dans la bulle varie par dilatation du gaz (loi des gaz parfaits). Et la pression dans le liquide (à l'extérieur de la bulle) est légèrement inférieure (pression de Laplace  $2\gamma/R$ ).

La pression dans le liquide (figure 4) est donc donnée par :

$$p_{\text{liq}}(R) = \frac{R_0^3}{R^3} \left[ p_0 + \frac{2\gamma}{R_0} \right] - \frac{2\gamma}{R} \quad (34)$$

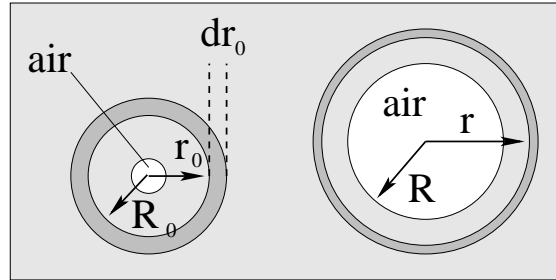


FIG. 3 – Cavitation d’une bulle de rayon initial  $R_0$  (rayon actuel  $R$ ) dans un milieu élastique. Le comportement du milieu élastique peut se décomposer en celui de ballons de baudruches concentriques, de rayons initial  $r_0$  et final  $r$  et d’épaisseur  $e_0 = dr_0$ .

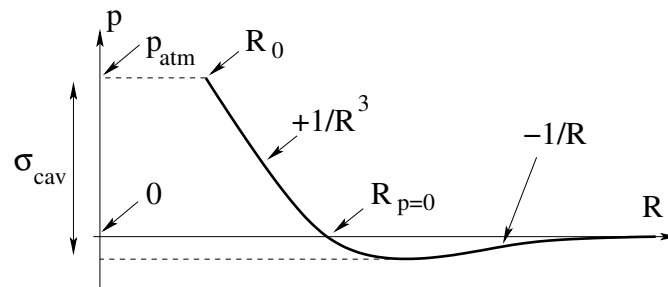


FIG. 4 – Cavitation dans un liquide. Lien entre la pression dans le liquide et le rayon de la bulle. La branche en  $1/R^3$  traduit la dilatation du gaz (loi des gaz parfaits  $pV = \text{const}$ ). La branche en  $-1/R$  reflète la pression de Laplace. Lorsqu’on dégaze un liquide (cloche à vide,  $p \simeq 0$ ), on amène la bulle à la taille  $R_{p=0}$  ; elle éclate si elle est alors suffisamment grosse, sinon elle demeure. Le seuil de cavitation correspond à une dépression  $\sigma_{\text{cav}}$  supérieure à la pression atmosphérique, donc à une pression négative. Une telle pression négative est atteignable dans un milieu dense (liquide ou solide) puisque les forces entre molécules y sont entre autres attractives. Dans le contexte de l’adhésion, on atteint des pressions négatives par traction mécanique.

La pression donnée par l'équation 34 ci-dessus présente un minimum correspondant à une dépression  $\sigma_{\text{cav}}$  par rapport à la pression initiale (pression atmosphérique, voir figure 4). Ce minimum correspond au seuil de cavitation, car la bulle ne peut se stabiliser pour une pression plus basse, et elle croît indéfiniment et devient ainsi macroscopique.

La valeur  $\sigma_{\text{cav}}$  de la dépression seuil présente deux limites claires selon que la pression atmosphérique  $p_0$  ou la pression de Laplace  $\gamma/R_0$  est prédominante :

$$\sigma_{\text{cav}} \simeq p_0 \quad (R_0 \gg \gamma/p_0) \quad (35)$$

$$\sigma_{\text{cav}} \simeq \gamma/R_0 \quad (R_0 \ll \gamma/p_0) \quad (36)$$

## 5.6 Comparaison des critères de cavitation

Une bulle d'air dans un matériau élastique doit, pour grossir, lutter à la fois contre la résistance élastique du milieu, contre la tension de surface et pour parvenir à dilater l'air. En comparant ces phénomènes, on voit que le seuil de cavitation doit s'exprimer de façon différente selon les paramètres du matériau et des sollicitations [21].

# 6 Rhéologie d'un matériau polymère : colles et adhésifs

## 6.1 Introduction à la rhéologie

Matériaux mous (solide-liquide, élastique-visqueux, plastique). Voir aussi :

<http://fr.wikipedia.org/wiki/Rh%C3%A9ologie>

Rhéomètres et leurs géométries. Mesures classiques. Cisaillement continu,  $G'$ ,  $G''$ , fluage, relaxation.

Modèle piston, modèle ressort, modèle Maxwell, modèle Voigt/Kelvin.

## 6.2 Rhéologie des polymères : quelques principes simples

Les polymères sont des molécules ayant un très grand rapport d'aspect longueur/diamètre car l'une de leurs dimensions est très grande à l'échelle habituelle des molécules. De ce fait, on les appelle souvent macromolécules.

Elles sont tellement longues qu'en général elles sont souples et adoptent, du fait de l'agitation thermique, des conformations désordonnées et enchevêtrées.

Les macromolécules les plus simples sont des homopolymères (un seul type d'unité répétitive), d'autres sont des copolymères (plusieurs types) ; nous parlerons notamment des copolymères à blocs. L'architecture la plus simple est linéaire (chaîne principale seule) ; on peut aussi obtenir des branchements entre brins de chaîne principale, que ces branchements soient d'origine chimique (liaisons covalentes le plus souvent) ou physiques (copolymères à blocs notamment). Les copolymères triblocs sont souvent utilisés pour les adhésifs, notamment les SIS (styrène-isoprène-styrène).

## 6.3 Dur-mou : principalement une question de température

Les molécules polymères sont évidemment sujettes à l'agitation thermique, cependant leur grande taille réduit ses effets.

- Lorsque l'agitation thermique est faible, ces longues molécules enchevêtrées, imbriquées les unes dans les autres à cause des groupements latéraux qui dépassent de la chaîne principale, se coincent. Le matériau est alors solide, avec un module élastique dans la gamme des matériaux durs (typiquement  $10^8$  à  $10^9$  Pa). Pour la plupart des polymères, l'état solide est très fortement désordonné (ou amorphe) : ce sont les polymères vitreux. Pour certains polymères, certaines zones contiennent des brins de macromolécules arrangés de manière cristalline, le reste étant amorphe : ce sont les polymères semi-cristallins.

- À température élevée, au contraire, les molécules sont libres de coulisser les unes par rapport aux autres. Elles sont donc liquides au moins localement (le reste dépend de l'architecture moléculaire). En particulier, le matériau est mou, avec un module élastique compris typiquement entre  $10^3$  à  $10^6$  Pa).

La transition entre l'état solide amorphe et l'état localement liquide a lieu autour de la température dite de transition vitreuse ( $T_g$ ). Notons que même à des températures largement supérieures à  $T_g$ , des sollicitations mécaniques à très haute fréquence sont incapables de manifester le caractère localement liquide, et la réponse est alors vitreuse.

Du point de vue élastique, notons également que les polymères à l'état vitreux ou semi-cristallin sont en général modérément compressibles, comme la plupart des solides usuels. À l'inverse, les polymères fondus sont localement liquides et ont, comme les liquides, un module élastique de compression très élevé, du même ordre de grandeur que le module d'Young ou de cisaillement des solides durs. On retiendra qu'ils sont presque incompressibles.

## 6.4 Solide-liquide : principalement une question d'architecture moléculaire

Aux temps longs, le matériau coule (liquide) ou non (solide). C'est principalement l'architecture moléculaire qui pilote cette propriété : des molécules pas ou peu réticulées constituent un matériau liquide, tandis que des molécules davantage réticulées constituent un solide. La transition (souvent appelée point de gel) survient aux environs de deux points de réticulation par molécule.

(Évidemment, la température joue également un rôle (voir plus haut), puisque si elle est trop basse, le matériau est un solide dur).

## 6.5 Élastique-visqueux : principalement une question de temps

Considérons des homopolymères linéaires. On peut les visualiser comme un plat de spaghetti browniennes. L'agitation thermique de chaque molécule est réduite par la présence des autres macromolécules. Notamment, chaque molécule a dans l'ensemble un mouvement de diffusion le long de son propre chemin au milieu des autres macromolécules, à la manière d'un reptile (on parle de mouvement de reptation (P.-G. de Gennes, 1971, [22])).

Le temps de reptation permet de distinguer deux gammes de temps.

- Aux temps courts, chaque molécule diffuse le long de son propre chemin (reptation) tandis qu'elle est entièrement relaxée aux échelles inférieures ; ce faisant, elle transmet encore des contraintes aux molécules voisines du fait de leur enchevêtrement mutuel, à la manière des fils de fer d'un grillage. De ce point de vue, le matériau réagit comme un plat de spaghetti secoué rapidement, qui se déforme élastiquement.
- Aux temps plus longs, chaque molécule a diffusé de sa propre taille et a quitté entièrement son chemin initial, les contraintes élastiques ont donc relaxé et le matériau a coulé à la manière d'un fluide visqueux, comme des spaghetti bien beurrés dans lesquels on a planté deux fourchettes et qui glissent quand on les écarte lentement.

Ainsi, comportement élastique aux temps courts, visqueux aux temps longs.

Aux temps longs, si l'on ne se restreint pas aux homopolymères linéaires, l'architecture moléculaire joue également un rôle important : au-delà du point de gel, notamment, le comportement aux temps très longs est celui d'un solide élastique. Cependant, le module élastique aux temps longs est alors en général inférieur au module élastique aux temps courts, car certaines parties du matériau ont relaxé (brins attachés au réseau par seulement une extrémité, souvent appelés chaînes pendantes).

## 6.6 Grandes sollicitations

Ce qui précède concerne implicitement les sollicitations suffisamment faibles (en contrainte ou en déformation) pour que le comportement du matériau demeure linéaire : la réponse à la somme de deux sollicitations est la somme des réponses à chacune des sollicitations. Mais en général, si l'on monte en contrainte, il est fréquent que le matériau se comporte de manière non linéaire.

Pour un liquide visqueux, un cas classique est l'évolution de sa viscosité avec le taux de cisaillement. On dit qu'il est rhéofluidifiant s'il devient de plus en plus fluide (sa viscosité diminue si l'on augmente la vitesse) et rhéoépaississant s'il devient de plus en plus épais (sa viscosité augmente).

Un autre cas classique est celui d'un fluide à seuil. Il se comporte comme un solide en-dessous d'une certaine contrainte et aux temps pas trop longs. Il se comporte au contraire comme un liquide (éventuellement après une période transitoire) au-dessus d'une certaine contrainte appliquée, ou bien en attendant suffisamment.

# 7 Influence des paramètres et conclusion

## Influence des paramètres.

A chaque instant, le comportement rhéologique local du matériau dépend du taux de déformation, qui lui-même résulte des mécanismes en jeu et de l'hétérogénéité éventuelle des déformations.

De façon générale, les modes de rupture (adhésif ou cohésif, avec ou sans fibrillation) dépendent de la rhéologie du matériau, et donc de la température ainsi que de la vitesse de traction.

Paramètres influents. Rhéologie : température (très général), humidité (la salive est un plastifiant pour le chewing-gum). Structure (par exemple en fonction de la température).

Une illustration des changements de mode de rupture en fonction des paramètres est le régime de stick-slip, dans lequel le décollement s'effectue par saccades, et qui constitue un problème très important en pelage.

Force ou énergie ? Analogie du câble métastable, critère en force, critère en énergie. Importance de la complaisance de l'appareil, notamment dans les expériences sur les liquides (Francis et Horn, 2001 [7]; Poivet *et al.*, 2003 [6]). Systèmes multicouches : où se produit la fracture ? De la difficulté de décoller les étiquettes.

## Conclusion

La pégosité ne peut pas se comprendre seulement par des observations à l'oeil nu ou grâce au test du doigt. Depuis des décennies, des méthodes expérimentales et théoriques ont été couplées à la synthèse de matériaux modèles. Le fait qu'un objet semble collant ne dépend pas de ses seules propriétés de surface et de volume : cela dépend aussi de sa géométrie et des caractéristiques mécaniques et de surface de la sonde. Même si de façon ultime, la pégosité provient des forces de surface, elle est considérablement renforcée ou réduite par un certain nombre de mécanismes. Dans chaque processus, la nature macromoléculaire de l'adhésif est importante et permet des ajustements : viscoélasticité, architecture moléculaire, structuration à l'échelle mésoscopique qui peut être modifiée de manière progressive ou soudaine par un changement des conditions de température, de pression ou d'humidité.

Les études expérimentales actuelles s'attachent à mesurer les forces et les déplacements et à observer simultanément les mécanismes de déformation et de rupture, sur des matériaux de rugosité et de rhéologie contrôlées. Elles ouvrent la voie à un ajustement contrôlé de l'architecture moléculaire en vue d'obtenir les propriétés d'adhésion requises.

## Références

- [1] K. L. Johnson, K. Kendall, and A.D. Roberts. Surface energy and contact of elastic solids. *Proc. Roy. Acad. London A*, 324 :301–324, 1971.
- [2] A. Zosel. *Colloid and Polymer Sci.*, 263 :541–553, 1985.
- [3] A. Zosel. *J. Adhesion*, 30 :135, 1989.
- [4] A. Zosel. *Int. J. Adhesion and Adhesives*, 18 :265, 1998.
- [5] H. Lakrout, P. Sergot, and C. Creton. *J. Adhesion*, 69 :307–359, 1999.
- [6] S. Poivet, F. Nallet, C. Gay, and P. Fabre. Cavitation-induced force transition in confined viscous liquids under traction. *Europhysics Letters*, 62 :244, 2003.
- [7] B. A. Francis and R. G. Horn. Apparatus-specific analysis of fluid adhesion measurements. *J. Appl. Phys.*, 89 :4167–4174, 2001.
- [8] A. N. Gent and J. Schultz. *J. Adhesion*, 3 :281, 1972.
- [9] É. Raphaël and P.-G. de Gennes. Rubber-rubber adhesion with connector molecules. *J. Phys. Chem.*, 96 :4002–4007, 1992.
- [10] P.-G. de Gennes. *Langmuir*, 12 :4497–4500, 1996.
- [11] T. Ondarçuhu. *J. Phys. II France*, 7 :1893–1916, 1997.
- [12] F. Saulnier, T. Ondarçuhu, A. Aradian, and É. Raphaël. *Macromolecules*, 37 :1067–1075, 2004.
- [13] A. A. Griffith. *Phil. Trans. R. Soc. London A*, 221 :163–198, 1920.
- [14] F. Fuller and D. Tabor. The effect of surface roughness on the adhesion of elastic solids. *Proc. R. Soc. London A*, 345 :327–342, 1975.
- [15] C. Creton and L. Leibler. *J. Polym. Sci. B*, 34 :545, 1996.
- [16] C. A. Dahlquist. In *Proc. Nottingham Conf. on Adhesion, 1966. Adhesion : Fundamental and Practice*, London, 1969. MacLaren and Sons.
- [17] C. A. Dahlquist. In R. L. Patrick, editor, *Treatise on Adhesion and Adhesives*, volume 2, pages 219–270. Marcel Dekker, New York, 1969.
- [18] J. A. Greenwood and J. P. B. Williamson. Contact of nominally flat surfaces. *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, 295 :300–319, 1966.

- [19] C. Gay and L. Leibler. Theory of tackiness. *Phys. Rev. Lett.*, 82(5) :936–939, 1999.
- [20] D. A. Tompkins A. N. Gent. *J. Applied Phys.*, 40 :2520–2525, 1969.
- [21] J. Teisseire, F. Nallet, P. Fabre, and C. Gay. Understanding cracking versus cavitation in pressure-sensitive adhesives : The role of kinetics. *J. Adhesion*, 83 :613–677, 2007.
- [22] de Gennes P.-G. *J. Chem. Phys.*, 55 :572, 1971.
- A.N. Gent, P.B. Lindley, Proc. R. Soc. Lond. A 249, 195 (1958).  
 H. Lakrout, thèse Université Paris 7 (1998).  
 G. de Crevoisier, P. Fabre, J.-M. Corpart, L. Leibler, Science, 285, 1246-1249 (1999).  
 M. Ciccotti, B. Giorgini, M. Barquins, Int. J. Adhes. Adhes. 18, 35-40 (1998).  
 C. Gay, M. Regert, La Recherche, octobre 2003 (368), 85-88.

## Exercices

### L'eau est-elle un adhésif ?

Considérons un film d'eau (viscosité dynamique  $\eta = 10^{-3}\text{Pa}\cdot\text{s}$ ) coincé entre deux plaques rigides, en géométrie mince : épaisseur du film  $h \approx 100\mu\text{m}$ , et taille des plaques  $D \approx 1\text{cm}$ .

On tente de séparer les deux plaques de deux manières différentes : en cisailant ou en traction normale. Dans les deux cas, on impose aux plaques une vitesse relative  $v \approx 1\text{cm/s}$ . Calculer l'ordre de grandeur de la force nécessaire.

**Séparation par cisaillement.** La vitesse  $v$  est parallèle aux plaques. Le taux de cisaillement vaut  $\dot{\gamma} = v/h = 10^2\text{s}^{-1}$ . La contrainte s'écrit  $\sigma = \eta\dot{\gamma} = 10^{-1}\text{Pa}$ . La force nécessaire s'écrit  $f = D^2\sigma = \eta v D^2/h = 10^{-5}\text{N}$ .

Évaluer la force due à la capillarité.

**Séparation en traction normale.** La vitesse  $v$  est perpendiculaire aux plaques. Le volume requis par unité de temps s'écrit  $d\Omega/dt = D^2v$ . Soit  $V$  la vitesse horizontale de l'eau vers la partie centrale du film, on a aussi  $d\Omega/dt = DhV$ . D'où finalement  $V = vD/h = 1\text{m/s}$ . Le taux de cisaillement vaut  $\dot{\gamma} = V/h = vD/h^2 = 10^4\text{s}^{-1}$ . La puissance visqueuse dissipée vaut  $\text{T}\dot{\text{S}} = D^2h\eta\dot{\gamma}^2$ .

La force appliquée vaut donc  $f = \text{T}\dot{\text{S}}/v = D^2h\eta(vD/h^2)^2/v = \eta D^4/h^3v = 10^{-1}\text{N}$ .